KWARTALNIK FILOZOFICZNY
T. XL, Z. 4, 2012
PL ISSN 1230-4050

MAGDALENA ADAMUS
(Kraków)

TRUDNE POCZĄTKI TEORII GIER: ZERMELO I STEINHAUS. ANALIZA PORÓWNAWCZA PIERWSZYCH BADAŃ Z ZAKRESU ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW MATEMATYCZNYCH O POSTACI GIER*

Fakt, że Ernst Zermelo skonstruował pierwsze twierdzenie w teorii gier, uznawany jest obecnie niemal za pewny, ale już co do jego faktycznej treści nie ma jednomyślności. Przypisuje mu się obecnie wiele, niejednokrotnie sprzecznych intencji, co, jak wykazują autorzy Ulrich Schwalbe i Paul Walker, może w pewnej mierze być związane z barierą językową i brakiem tłumaczenia tekstu Zermelo z 1913 r. na język angielski. Aby tę lukę uzupełnić, przygotowali oni i zamieścili w formie załącznika do swojego artykułu[1] tłumaczenie, które prawdopo-

* Ernst Zermelo (1871–1951), studiował matematykę, filozofię i fizykę. W 1894 roku na Uniwersytecie w Berlinie obronił rozprawę doktorską poświęconą rachunkowi wariacyjnemu. Początkowo, pod wpływem Maxa Plancka, rozpoczął studia z zakresu hydrodynamiki. Jednak w 1897 roku wyjechał do Getyngi, wiodącego ośrodka badań matematycznych, gdzie dwa lata później obronił rozprawę habilitacyjną. W 1900 roku udał się do Paryża na Międzynarodowy Kongres Matematyczny, gdzie poznał Davida Hilberta, pod którego wpływem postanowił zająć się teorią zbiorów. Od tamtej pory do podstawowych obszarów badań Zermelo należała teoria mnogości, z którą wiążą się jego największe osiągnięcia. W 1904 roku sformułował aksjomat wyboru, jeden z kluczowych tej teorii. Podany przez niego cztery lata później układ aksjomatów dla teorii mnogości, zmodyfikowany następnie nieznacznie przez dwóch niezależnych matematyków Skolema i Fraenkela do dziś stanowi najpopularniejszą odmianę aksjomatyzacji tej teorii, określany jako aksjomatyzacja Zermelo-Fraenkela.

[1] U. Schwalbe, P. Walker, *Zermelo and the Early History of Game Theory*, Games and Economic Behavior, 34 (2001), s. 123–137.

dobnie rozjaśnia nieco stan wiedzy na ten temat. Oczywiście, należy się zastanowić, czy, a jeśli tak, to w jakim stopniu, tłumaczenie dokonane przez nich może być skażone preferowaną przez autorów interpretacją. Jedynym remedium byłoby studium porównawcze nad tekstem oryginalnym i jego przekładem.

W swoim artykule, Schwalbe i Walker powołują się na liczne nawiązania do artykułu Zermelo, bezpośrednie bądź zupełnie luźne i związane tylko tematycznie, a nie przyczynowo. Niemniej jednak, mimo iż wśród tych nawiązań wyraźnie wskazują na artykuły pochodzące od autorów węgierskich, a nawet rosyjskich, to brak zupełnie elementarnego w tym zakresie tekstu, wprawdzie popularnonaukowego, Hugona Steinhausa, który, w moim odczuciu, stanowi bezpośrednie, polemiczne nawiązanie do tematu, bo, jak przyznał sam Steinhaus wiele lat później, wówczas nie znał jeszcze wspomnianego już artykułu Zermelo. Co więcej artykuł ten jest nawiązaniem nawet wcześniejszym, bo pochodzącym z 1925 roku (tekst Königa pochodzi z 1927 roku[2]).

Zdaniem Schwalbego i Walkera Zermelo zajmuje się grami o sumie zerowej, gdzie poszczególne posunięcia nie mają charakteru zależnego od „losu". Gra, w takim ujęciu, w jakim badał ją Zermelo, może być nieskończona, nawet jeśli możliwych jest jedynie skończenie wiele „pozycji" na planszy, co w zasadzie stoi w sprzeczności z całą późniejszą historią teorii gier, gdzie badacze, począwszy od von Neumanna i Morgensterna, zajmowali się wyłącznie grami skończonymi.

Zermelo, znów zdaniem autorów, stara się odpowiedzieć na dwa zasadnicze pytania: po pierwsze, co to oznacza dla zawodnika, że znajduje się w pozycji „wygrywającej" i czy możliwe jest zdefiniowanie tego stanu w obiektywny, matematyczny sposób, a po drugie, czy, jeśli gracz znajduje się w pozycji wygrywającej, możliwe jest określenie liczby posunięć, niezbędnej do doprowadzenia do zwycięstwa. Aby odpowiedzieć na pierwsze pytanie, trzeba sprawdzić, czy spełniony jest konieczny i wystarczający warunek, jakim jest niepustość zbioru zawierającego wszystkie możliwe sekwencje ruchów, dzięki którym dany gracz może wygrać niezależnie od zachowania przeciwnika[3]. W przypadku gdy zbiór taki jest pusty, najlepszym wynikiem, jaki może osiągnąć gracz, zdaniem Zermelo i autorów artykułu, jest remis,

---

[2] D. König, *Über eine Schlussweise aus dem Endlichen ins Unendliche*, Acta Sci. Math. Szeged 3, 121–130.

[3] U. Schwalbe, P. Walker, *Zermelo and the Early History of Game Theory*, s. 125.

który możliwy jest do osiągnięcia dzięki nieskończonemu odsuwaniu perspektywy porażki. Zbiór taki może być pusty, a zatem, gdy przeciwnik będzie realizował swoją strategię we właściwy sposób, gracz może odsuwać przegraną w czasie tylko w skończonej liczbie posunięć, co zarazem oznacza, że to przeciwnik ma strategię (przynajmniej jedną), która pozwoli mu forsować zwycięstwo niezależnie od zachowania gracza.

Zermelo zdecydowanie mocniej interesował się problemem doprowadzenia do zwycięstwa, gdy już oczywiście stanie się jasne, że zbiór zawierający strategie, prowadzące do zwycięstwa dla danego gracza, jest niepusty. Rozważał zatem kwestię, jak wielu ruchów potrzebowałby gracz, by, wiedząc, że może wygrać, faktycznie owo zwycięstwo osiągnąć? Odpowiedź Zermelo byłaby dość oczywista: nie więcej niż w ogóle możliwych jest pozycji w grze, gdyby było inaczej, przynajmniej jedna z pozycji, musiałaby pojawić się dwukrotnie, a to oznaczałoby, że okazja mogła i powinna była zostać wykorzystana już za pierwszym razem. Oczywiście przy założeniu, że obie strony będą grać „poprawnie", a zatem nie popełnią błędów w realizowaniu konkretnej sekwencji ruchów składających się z jednej strony na strategię wygrywającą, a z drugiej na strategią opóźniającą przegraną. A mówiąc bardziej szczegółowo, że przeciwnik nie zmieni swojej strategii w trakcie gry (jak podkreślał König).

Jak trafnie zauważają Schwalbe i Walker, nie ma tu najmniejszej nawet wzmianki na temat indukcji wstecznej (*backward induction*) – metoda ta pojawia się w tym kontekście dopiero wiele lat później, można powiedzieć, w dojrzałej fazie rozwoju teorii gier. Autorzy zwracają też uwagę, że Zermelo nie był zainteresowany rozwiązaniem problemu: jak grać, żeby wygrać, jaką obrać strategię, by osiągnąć najlepszy możliwy wynik, dokonać maksymalizacji osiągalnej w grze użyteczności. To są zagadnienia, które, choć istniały i poruszały umysły matematyków, jak na przykład problem sprawiedliwego podziału, to nie wchodziły jeszcze bezpośrednio w obszar, który później miał stać się tym, co dziś nazywamy teorią gier, a czym nieco tylko później zainteresowali się John von Neumann i Oskar Morgenstern, którzy w 1944 roku wydali swoją do dziś ważną książkę[4].

Myśli te nie były obce w prężnie rozwijającym się ośrodku akademickim, jakim przecież wówczas był Lwów. Rozbudowane kontakty

[4] O. Morgenstern, J. von Nuemann, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944.

intelektualne, między innymi z Getyngą, pozwoliły na przyjazd Ernsta Zermelo, a także samego Johna von Neumanna. Problem szachowy na tyle był interesujący, że jeszcze po latach Steinhaus do niego wracał z prawdziwą pasją i głębokim zainteresowaniem. A co być może najważniejsze, bezpośrednio odwoływał się on do odczytu Zermelo z 1912 roku (i tym samym artykułu omawianego przez Schwalbego i Walkera). Choć jednocześnie przyznaje, że w momencie pisania artykułu z 1925 roku nie znał treści wystąpienia słynnego niemieckiego matematyka. Już samo to dobitnie pokazuje, jaki wówczas panował klimat intelektualny, a także jakie zagadnienia poruszały umysły matematyków nie tylko w największych ośrodkach akademickich, takich jak Getynga, Zurich czy Berlin, w których studiował i wykładał Ernst Zermelo, ale także w mniejszych, jak Lwów.

Jak zauważa Steinhaus problemy, które rozważa, mają swoje źródło poza samą matematyką, choć nie umniejsza to ich wagi dla tej nauki. Pierwszym przykładem takich zagadnień miałaby być teoria gry i pościgu, a wśród tych gier, zwłaszcza szachy. I tu właśnie pojawiają się zagadnienia tak bliskie temu, o czym kilkanaście lat wcześniej pisał i poglądom, które najpierw wygłaszał Ernst Zermelo: problem najkrótszego możliwego ciągu zachowań gwarantującego zwycięstwo, a mówiąc prościej, ciągu najlepszego. Rzecz jasna, takie ujęcie nie jest jednowymiarowe, bo pozwala także na uwzględnienie sytuacji prowadzących do remisu, a patrząc od strony drugiego z graczy, umożliwiają zastanowienie się nad problemem możliwie najdłuższego „odwlekania” porażki. Dla zachowania prostoty wywodu, Steinhaus pomija kwestie rozgrywek remisowych, choć są one z pewnością niezwykle zajmujące. Mamy zatem do czynienia z dwustronnym problemem forsowania zwycięstwa w możliwie najmniejszej liczbie ruchów, a z drugiej strony z wyborem najlepszej sekwencji ciągów, pozwalającym na maksymalne odsunięcie porażki w czasie. Szachy należy bowiem rozumieć jako następującą po sobie sekwencję naprzemiennych posunięć białych i czarnych pionków, wraz z przewidywanymi w konsekwencji kolejnymi posunięciami. Innymi słowy, najlepszy ciąg daje graczowi lepszą pozycję po najlepszej odpowiedzi przeciwnika, niż jakikolwiek inny ciąg. Oczywiście może się zdarzyć, i w rzeczywistości zdarza się nawet dość często, że gracze mylą się nie tylko w swoich przewidywaniach dotyczących zachowań oponentów, ale też, zwłaszcza gracze niezbyt wprawni, mylą się w swojej ocenie stanu gry i dokonują wyborów błędnych z punktu widzenia zamierzonego celu, jakim jest oczywiście zwycięstwo (lub analogicznie odsuwanie porażki).

Aby uniknąć powyższych kłopotów definicyjnych, a przede wszystkim definiowania najlepszego ciągu jednego z graczy za pośrednictwem najlepszego ciągu gracza drugiego, Steinahaus wprowadza pojęcie „sposobu gry”, które nie tylko jest bliskie, ale w zasadzie identyczne z obowiązującym współcześnie w teorii gier pojęciem „strategii”. Sam zaś definiuje to pojęcie jako:

> [...] wykaz wszelkich możliwych pozycji zaopatrzony w równoległy wykaz ciągów dla białych tak, że w każdej pozycji znajdą białe w owym wykazie pewien ciąg wybrany. Oczywiście wykaz ten nie musi obejmować pozycji, o których wiadomo, że nie mogą się zdarzyć [...] Podobnie można określić sposób gry dla czarnych[5].

Na sposób składa się zatem szereg posunięć wyznaczających przebieg gry na poszczególnych etapach. Ważne, by pamiętać, że przy danym sposobie gracza, na przykład B, postępowanie i powodzenie drugiego – C – jest funkcją f(B), co oznacza, że w sposób bezpośredni od niego zależy. Definicja ta ujmuje nawet tak niezmiernie ważny aspekt, jak dostępność strategii (*feasible*), czyli charakterystykę strategii, która gwarantuje, że będzie można z niej skorzystać. Kolejnym ważnym elementem definicji Steinhausa jest wskazanie na zależności występujące między sposobami gry poszczególnych graczy. Także i dziś w ramach teorii gier wskazuje się na ten element, gdy podkreśla się, że jednym z warunków koniecznych dla zaistnienia sytuacji, którą można nazwać grą. Wypłaty graczy są zależne nie tylko od warunków, czy okoliczności gry, ale także, a może przede wszystkim od zachowania wszystkich oponentów, jako że możemy oczywiście analizować gry wieloosobowe (*n*-osobowe).

Jeżeli zatem B jest strategią wygrywającą, dajmy na to, dla białych, to f(B) będzie dla czarnych strategią pozwalającą na najdłuższą możliwą obronę. Otrzymujemy dzięki temu l_{max} oraz l_0, które są, odpowiednio najdłuższą obroną i najszybszym zwycięstwem. W idealnej sytuacji powinny one być sobie równe. W rzeczywistym przebiegu, czas gry mieści się gdzieś pomiędzy tymi dwoma wartościami. Jeśli za Steinhausem rozważymy inny rodzaj gry, mianowicie pościg okrętów, to będziemy mogli mówić o „sposobie pościgu” oraz o „sposobie ucieczki”, co w terminach szachowych będzie odpowiadało sposobowi gry prowadzącemu do wygranej oraz sposobowi odsuwającemu porażkę.

---

[5] H. Steinhaus, *Definicje potrzebne do teorji gry i pościgu*, „Myśl Akademicka”, Lwów 1925, s. 14 (pisownia tytułu oryginalna).

Ważnym zastrzeżeniem poczynionym przez Steinhausa jest wskazanie na pełną, kompletną informację, jaką w przypadku gry w szachy posiadają obaj gracze. Nic w regułach gry nie jest wyznaczane przez zdarzenia losowe, nic nie jest niepewne. Oczywiście nic poza nieznanymi zachowaniami rywala. Gracze, widząc pozycje zajmowane przez przeciwnika, a także ogólny rozkład pionków na „planszy", są w stanie przewidzieć zestaw potencjalnych posunięć, które stanowią kontynuację rzeczywistego, zrealizowanego do tego momentu, sposobu gry. Nie mogą jednak mieć pewności, który z tych ciągów w rzeczywistości jest właśnie realizowany. Zatem jedyną niewiadomą, choć przecież wyjątkowo istotną, jest zachowanie przeciwnika, jego skuteczność i biegłość opanowania reguł. W przypadku szachów można znać swojego rywala i zakładać, że jeśli jest mistrzem szachowym, to nie będzie popełniał pomyłek ani błędów, ale zakładać nie oznacza wykluczać.

Obliczenia, które trzeba by wykonać, by przeanalizować wszelkie możliwe przebiegi rozgrywki szachowej wymagałyby ogromnej mocy obliczeniowej, to dlatego przez tak długi czas komputery przegrywały z mistrzami szachowymi, a co do „uczciwości" zwycięstwa Deep Blue nadal zgłaszane są pewne wątpliwości. Niektórzy bowiem sugerują, że komputer pomiędzy rozgrywkami był dodatkowo uzupełniany nowymi informacjami. Niezależnie jednak od tego, pewne jest, że gracz wszystkich tych możliwości nie analizuje, posługuje się natomiast różnego rodzaju uproszczeniami, algorytmami decyzyjnymi, a także, a może przede wszystkim schematami rozgrywek, których każdy gracz uczy się niczym elementarza, by w dojrzałej karierze stosować je, niejednokrotnie twórczo modyfikując.

Zagadnienia, którymi Hugo Steinhaus zajmował się w artykule z 1925 roku, sam autor określił jako zagadnienia trzeciej, najwyższej, klasy, a zatem dotyczące problemów definicyjnych. Podanie definicji jest ciekawe, lecz znacznie prostsze niż zagadnienia klas niższych, takie jak znalezienie rzeczywistej strategii, która pozwoliłaby osiągnąć tak zdefiniowane rozwiązanie. Ten problem szalenie trudny, choć zasygnalizowany, pozostawił jednak bez odpowiedzi. Dopiero kilka lat później właściwe opracowanie zyskał on w pracy von Neumanna i Morgensterna, a także ich następców, intensywnie pracujących nad rozwojem teorii gier do dziś.

Gry, o których pisze Steinhaus, przypominają nieco bardziej gry z naturą omawiane przez Jaakko Hintikkę, gdzie w przypadku zdań, naukowiec prowadzi skomplikowaną grę z przyrodą. Chcąc dowieść prawdziwości konkretnego zdania, o konkretnej postaci logicznej, musi przejść przez kolejne kroki, aż w konsekwencji udowodni twierdzenie w całości (por. semantyki teoriogrowe). Bardzo podobnie kwestię tę przedstawia Steinhaus w artykule z 1969 roku, *O grach swobodnie*[6]. Oczywiście, prace Hintikki są późniejsze, niż artykuły Zermelo, Steinhausa, a także pierwsza książka von Neumana i Morgensterna, która dała początek koncepcji, nazywanej dziś za jej autorami, teorią gier. Mówi on o sporze sądowym dotyczącym prawdziwości jakiegoś twierdzenia, oczywiście przy określonej aksjomatyce. Zadaniem oponenta będzie podanie kontrprzykładu obalającego dane twierdzenie, jeśli nie będzie to możliwe, „sędzia" musi ogłosić prawdziwość pierwotnego zdania. Według Steinhausa najważniejsze w tej metaforze „matematyki sądowej"[7] jest postępowanie według określonych, stałych reguł, które są wszystkim uczestnikom znane (lub mogą zostać przez nich poznane) w równym stopniu. Procedury stosowane w matematyce także kierują się stałymi regułami, podobnie jak postępowanie sądowe, ale także gry i to zarówno w powszechnym znaczeniu tego słowa, jak i w rozumieniu wyznaczonym przez współczesną teorię gier.

Ważne, że w 1969 roku, Steinhaus wyraźnie dostrzega, iż z punktu widzenia rozwijającej się prężnie już w tamtym okresie teorii gier, problem rozważany przez Zermelo dotyczy graczy, którzy są doskonali w swojej wiedzy i w dokonywanych na jej podstawie wyborach. Zauważa również, że choć Zermelo zajmował się szachami, to przecież wszystkie gry, które mają charakterystyki do szachów zbliżone, mogą być analizowane i rozwiązywane w ten sam sposób. Sam przecież, i to jeszcze w roku 1925, omówił prócz szachów problem pościgu na morzu.

W momencie pisania artykułu z 1969 roku, Steinhaus nie tylko miał już za sobą napisanie artykułu opublikowanego w „Myśli Akademickiej", znał treść odczytu Zermelo, ale także śledził na bieżąco najnowsze odkrycia teorii gier, w ścisłym jej sensie i podkreślał znaczenie, nie tylko matematyczne, pojęcia „minimaxu" oraz fakt, że sam zajmował się teorią pościgu. Co więcej, już wcześniej matematycy ze „szkoły lwowskiej" interesowali się żywo także zagadnieniem sprawiedliwego podziału, które dziś także znajduje opracowanie w ramach teorii gier. Steinhaus znał nie tylko osobiście von Neumanna, który odwiedził Lwów dwukrotnie jeszcze przed wojną, raz w 1927 roku i ponownie

[6] H. Steinhaus, *O grach swobodnie*, „Studia Filozoficzne", 1969, z. 5, s. 3–13.

[7] H. Steinhaus, *Między duchem a materią pośredniczy matematyka*, s. 95, Warszawa–Wrocław 2000.

w roku 1935[8], ale też interesował się tą teorią i zgodził się na przetłumaczenie swojego artykułu na język angielski w 1960 roku. Jest on słabo dostępny i w czasie, w którym się ukazał, nie mógł już stanowić ani sensacji, ani znaczącej nawet ciekawostki, ale niewątpliwie był interesujący z historycznego punktu widzenia, bo nie było przed drugą wojną światową wielu takich opracowań[9].

Matematyk ze szkoły lwowsko-warszawskiej zauważył, że pierwszym krokiem w stronę sformułowania teorii gier był właśnie odczyt, a następnie artykuł Ernsta Zermelo. I, choć tego nie mówi, jednym z kolejnych mógłby stać się krótki artykuł samego Steinhausa. Brak znajomości pracy Zermelo uniemożliwił mu pełne rozwinięcie bardziej skomplikowanego zagadnienia, jakim jest teoria pościgu, ale zdając sobie sprawę z własnego ograniczenia, Steinhaus pozwolił sobie nawet na drobny przytyk pod adresem J. von Neumanna, za to, że i w jego twórczości brak odniesień do tej wczesnej pracy Zermelo. Steinhaus swoje zainteresowanie kieruje przede wszystkim, w przypadku szachów, ale też innych problemów pościgowych, w stronę wartości gry, rozumianej w tym przypadku, jako liczba kroków niezbędnych do przeforsowania zwycięstwa jednego z graczy, tożsama z liczbą posunięć pozwalających drugiemu z graczy możliwie najdłużej odsuwać od siebie widmo porażki.

Co ciekawe, Steinhaus zauważa, że, aby uprościć grę, przeciwnika należałoby traktować nie jako istotę ludzką, czyli zdolną do analizy w kategoriach optymalizacji użyteczności i, w konsekwencji, strategii do tego prowadzących. Zatem w grze uwzględnione powinny zostać wyłącznie możliwe strategie przeciwnika (w przypadku gier o sumie zerowej), a nie jego predyspozycje psychiczne, takie jak skłonność (awersja) do ryzyka, czy dokładność przeprowadzanego rozumowania, czyli jego stopień racjonalności. Polski matematyk dostrzega bowiem, że możliwe jest dokonywanie przypadkowych wyborów strategii, które nie uwzględniają rozbudowanej analizy korzyści płynących z jej wyboru, ale bazują na przykład na rzucie monetą lub innej uproszczonej procedurze decyzyjnej.

I choć niewątpliwie to gry z całkowitą informacją są dla Steinhausa bardziej interesujące, to zdawał on sobie sprawę z tego, że dla wielu ciekawsze są gry znacznie bardziej powszechne, czyli gry, w których

[8] S. Ulam, *Wspomnienia z Kawiarni Szkockiej*, Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria II: Wiadomości Matematyczne XII (1969).

[9] H. Steinhaus, H. W. Kuhn, *Definitions for a theory of games and pursuit*, Naval Research Logistics Quaterly, Vol. 7, Issue 2, s. 105–108, czerwiec 1960.

szereg aspektów ma charakter losowy. Oczywiście, można zauważyć, że przynajmniej niektóre spośród tych gier mogłyby zostać uzupełnione o dodatkowe informacje i zbliżyć się, jeśli nie osiągnąć, poziom informacji pełnej. Niezależnie jednak od tego, czy wierzymy, że jest to możliwe, zwykle czynnik związany z ograniczeniem czasowym wyklucza zbytnie poświęcanie się nadmiernemu gromadzeniu danych przydatnych w procesie podejmowania decyzji. Gry takie jak orzeł i reszka mają jeszcze jedną ważną cechę, dzięki powtarzaniu ich (iterowaniu) stają się grami zamkniętymi, a w tym konkretnym przypadku, dzięki prawu wielkich liczb, wartość takiej gry zmierza do 0, czyli rozwiązania niefaworyzującego żadnego z jej uczestników. Analogiczną „zamykającą" funkcję odgrywa analiza gry nie w kategorii wielokrotnie powtarzanych problemów, ale w kontekście wartości oczekiwanej, czy jak nazywa to Steinhaus, zysku oczekiwanego, czyli pojęcia niezwykle ważnego dla dzisiejszej teorii gier, by nie powiedzieć jednego z najważniejszych z punktu widzenia analizy teoriogrowej. Szczegółowe i zaawansowane charakterystyki gier, którymi zajmował się Steinhaus, również wraz z Janem Mycielskim, można odnaleźć we wspomnianym już artykule *O grach swobodnie*, który jednak najlepiej czytać nie tylko po uprzednim zapoznaniu się z popularyzatorskim tekstem Steinhausa z 1925 roku, ale też mając znajomość przynajmniej angielskiego tłumaczenia artykułu Ernsta Zermelo.

Prawdopodobnie, zdaniem Steinhausa, dalszy rozwój zasygnalizowanego przez Zermelo problemu został zahamowany przez wybuch pierwszej wojny światowej. Być może, w przypadku artykułu Steinhausa, na drodze temu stanął język, w którym polski matematyk swój tekst napisał – język polski. Być może w jakimś sensie na niekorzyść twórców z tej szkoły, a w szczególności Steinhausa, działała marginalność Lwowa, choć przecież w świetle wszystkiego, co zostało powiedziane powyżej, matematycy skupieni wokół Kawiarni Szkockiej działali wyjątkowo prężnie i nie tylko mieli znaczące osiągnięcia w szeregu rozwijających się dopiero dziedzin matematyki, ale wiele z nich nawet fundowali, wykazując aktywność w obszarach wzbudzających wówczas najwyższe zainteresowanie. Zainteresowanie to jest nadal żywe, a uwagi pozostawione przez Steinahausa w zakresie teorii gier, choć skąpe i być może w świetle intensywnego rozwoju tej koncepcji nieco już przestarzałe, po dziś pozostają interesujące i inspirujące.

THE DIFFICULT BEGINNINGS OF GAME THEORY: ZERMELO AND STEINHAUS. A COMPARATIVE ANALYSIS OF EARLY RESEARCH ON SOLUTIONS TO MATHEMATICAL GAME PROBLEMS

Summary

This article presents the first problems that were analyzed in a manner that would a few years later be embraced by the expression game theory. Both texts are earlier than the book of Oskar Morgenstern and John von Neumann, but in my opinion both should be considered as fundamental and inspiring sources of the framework of the game analysis. The article of the Polish mathematician, Hugo Steinhaus, was almost unknown until the late sixties, due to the language it had been written in, and it still remains generally unknown even in Poland. I make an effort to show similarities of intellectual climate in Lwów as well as in other scientific centres, as well as to draw attention to Polish successes in an area that at the time was only an idea, not a ready and finished concept.

Magdalena Adamus